PENERAPAN MODEL SPATIAL LOGIT-NORMAL PADA SMALL AREA ESTIMATION DENGAN METODE HIERARCHICAL BAYES

Studi Kasus Estimasi Proporsi Penduduk dengan Asupan Kalori Minimum di Bawah 1.400 kkal/kapita/hari per kecamatan di Provinsi Bali

(an Application of Spatial Logit-Normal Model in Small Area Estimation with Hierarchical Bayes Method)

Taly Purwa¹

Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Bali¹

BPS Provinsi Bali, Jl. Raya Puputan (Renon) No. 1, Denpasar, Bali, Indonesia

E-mail: taly@bps.go.id

ABSTRAK

Penelitian ini menerapkan model *Spatial Logit-normal* pada *Small Area Estimation* (SAE) untuk estimasi proporsi penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari pada level kecamatan di Provinsi Bali Tahun 2014 yang merupakan indikator 2.1.2(A) pada tujuan ke-2 SDGs dalam rangka mengukur capaian dan mendukung tercapainya target SDGs pada level lebih tinggi. Terdapat tiga model SAE yang digunakan dengan spesifikasi *random effect* yang berbeda, yaitu model dengan *random effect* yang bersifat saling bebas (independen), *spatial random effect* (iCAR) serta model dengan kedua jenis *random effect* sekaligus (BYM). Penggunaan unsur *spatial random effect* diharapkan dapat meningkatkan efisiensi hasil estimasi. Metode estimasi menggunakan pendekatan *Hierarchical Bayes* (HB) dengan metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) algoritma *Gibbs Sampling*. Estimasi parameter pada ketiga model menunjukkan hasil yang relatif tidak berbeda dimana hanya ada satu variabel prediktor yang memiliki pengaruh signifikan, yaitu proporsi keluarga pertanian, pada model dengan *random effect* independen dan model BYM. Sedangkan pada model iCAR tidak ada satu pun variabel prediktor yang berpengaruh signifikan. Berdasarkan nilai *Deviance Information Criterion* (DIC), model terbaik adalah model BYM. Akan tetapi penambahan unsur *spatial random effect* bersamaan dengan *random effect* independen tidak secara signifikan dapat meningkatkan efisiensi hasil estimasi akibat dari minimnya nilai dependensi spasial Moran's I. Secara visual, pemetaan hasil estimasi dengan model terbaik tidak menunjukkan adanya pola persebaran atau pengelompokan tertentu pada level kecamatan.

Kata kunci: *Small Area Estimation, Spatial Logit-normal Model, intrinsic Conditional Autoregressive, Hierarchical Bayes*

ABSTRACT

This study applies the Spatial Logit-normal model in Small Area Estimation (SAE) to estimate the proportion of the population with minimum calorie intake below 1.400 kcal/capita/day at the sub-district level in Province of Bali in 2014, an indicator number 2.1.2(A) in the second goal of SDGs, in order to measure achievements and support the achievement of SDGs targets at a higher level. Three SAE models are used with different random effect specifications, i.e model with independent random effects, spatial random effect (iCAR) and models with both types of random effects (BYM). The use of spatial random effect is expected to increase the efficiency of the estimation results. The estimation uses the Hierarchical Bayes (HB) approach with the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method. Parameter estimation in the three models shows similar results where there is only one predictor variable that has a significant influence, i.e the proportion of agricultural families, in the model with independent random effects and the BYM model. Whereas in the iCAR model none of the predictor variables had a significant effect. Based on the Deviance Information Criterion (DIC), the best model is the BYM model. However, the addition of the spatial random effect together with the independent random effect does not significantly improve the efficiency of the estimation results due to the lack of spatial dependency according to Moran's I value. The mapping results of estimation with the best model doesn't depict certain spatial pattern.

Keywords: *Small Area Estimation, Spatial Logit-normal Model, intrinsic Conditional Autoregressive, Hierarchical Bayes*

PENDAHULUAN

Indonesia merupakan salah satu negara yang menjadikan *Sustainable Development Goals* (SDGs) sebagai acuan dalam penyusunan tujuan pembangunan nasional yang tertera dalam Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional (RPJMN) (BPS, 2018). Dalam rangka mengukur capaian dan pengambilan keputusan berkaitan dengan SDGs diperlukan ketersediaan data sebagai penyusun indikator-indikator dalam SDGs. Badan Pusat Statistik (BPS) sebagai *National Statistics Office* (NSO) memiliki peran penting dalam penyediaan data untuk beberapa indikator dalam SDGs melalui berbagai sensus dan survei yang rutin dilaksanakan, seperti Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas), Survei Angkatan Kerja Nasional (Sakernas) dan Potensi Desa (PODES).

Salah satu indikator penting yang dihasilkan dari Susenas adalah indikator 2.1.2(A) proporsi penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari pada tujuan ke-2 SDGs, yaitu menghilangkan kelaparan. Sayangnya indikator tersebut hanya disajikan sampai level provinsi saja. Padahal ketersediaan indikator pada level yang lebih kecil diharapkan mampu mengukur capaian SDGs di wilayah bersangkutan dalam rangka mendukung tercapainya target SDGs pada level lebih tinggi, yaitu pada level kabupaten/kota, provinsi dan nasional. Oleh karena itu, alternatif penyusunan indikator dari hasil survei yang ada tanpa adanya tambahan biaya, waktu dan tenaga sangat diperlukan, salah satunya dengan penerapan *Small Area Estimation* (SAE).

Penelitian ini menerapkan SAE pada model *spatial logit-normal* dengan metode *Hierarchical Bayes* (HB) untuk mengestimasi proporsi penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari pada level kecamatan di Provinsi Bali Tahun 2014. Penambahan unsur spasial berupa *spatial random effect* bertujuan untuk mengeksplorasi adanya dependensi spasial yang diharapkan dapat meningkatkan efisiensi hasil estimasi dibandingkan hanya dengan menggunakan *random effect* yang bersifat saling bebas (independen). Penelitian sebelumnya menggunakan model yang sama untuk estimasi proporsi siswa dengan hasil ujian matematika yang masuk dalam *grade* rendah di Brasil dimana model dengan unsur spasial lebih baik dibandingkan model tanpa unsur spasial (Moura & Migon, 2002). Penelitian selanjutnya, menggunakan model *Poisson Log-normal* untuk estimasi jumlah bayi dengan berat kurang dari normal (2.500 gram) pada level distrik di Bangladesh dengan model terbaik adalah model dengan unsur *random effect* independen dan spasial sekaligus (Alam, Hossain, & Sheela, 2019).

Batasan dalam penelitian ini adalah perhitungan estimasi proporsi penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari pada level kecamatan di Provinsi Bali dilakukan tanpa memperhatikan kebutuhan kalori setiap individu penduduk yang dipengaruhi oleh karakteristik penduduk, seperti umur, jenis kelamin, tinggi dan berat badan. Sehingga kebutuhan minimum kalori setiap individu dianggap sama, yaitu minimal 1.400 kkal/kapita/hari.

METODE

Data yang digunakan pada penelitian ini bersumber dari BPS Provinsi Bali, yaitu data Susenas 2014 berupa hasil estimasi langsung proporsi penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari per kecamatan untuk variabel respon dan data PODES 2014 yang terdiri dari proporsi keluarga pertanian, proporsi keluarga dengan anggota rumah tangga (ART) buruh petani, proporsi warga penerima kartu JAMKESMAS/JAMKESDA dan jumlah surat miskin/SKTM yang dikeluarkan per kecamatan untuk variabel prediktor.

Pada penelitian ini digunakan tiga jenis model SAE berbasis area dengan tiga spesifikasi *random effect* yang berbeda. Pertama, model *logit-normal* dengan *random effect* yang bersifat saling bebas (independen) (Rao, J.N.K & Molina, 2015), yaitu :

$$\text{logit}(p_i) = \log \left(\frac{p_i}{1-p_i} \right) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + u_i \dots\dots\dots(1)$$

dimana

p_i : proporsi penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari di kecamatan ke- i , $i = 1, 2, \dots, m$

$\mathbf{x}_i$: vektor $p + 1$ variabel prediktor untuk kecamatan ke- i

$\boldsymbol{\beta}$: vektor $p + 1$ parameter koefisien regresi

u_i : *random effect* yang bersifat independen untuk kecamatan ke- i

Kedua, model *intrinsic Conditionally Autoregressive* (iCAR) yang diperoleh dengan mengganti *random effect* independen, u_i , pada **Persamaan (1)** dengan *spatial random effect*, s_i (Besag, York, & Mollié, 1991):

$$s_i | s_{/i} \sim N \left(\sum_{j \neq i} \frac{w_{ij} s_j}{w_i}, \frac{\tau_s^{-1}}{w_i} \right) \dots\dots\dots(2)$$

dengan asumsi dependensi spasial adalah maksimum, $\rho = 1$. Elemen pembobot spasial antara kecamatan ke- i dengan kecamatan ke- j , yaitu w_{ij} akan bernilai 1 jika wilayah kedua kecamatan tersebut saling bersinggungan dan bernilai 0 jika sebaliknya dengan $w_i = \sum_{j=1}^m w_{ij}$ atau disebut dengan *Queen Contiguity* (Lesage, 1999). Sehingga diperoleh model iCAR berikut :

$$\text{logit}(p_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + s_i \dots\dots\dots(3)$$

Ketiga, model BYM yang menggunakan *random effect* yang bersifat saling bebas u_i dan *spatial random effect* s_i sekaligus untuk model pada **Persamaan (1)** (Besag et al., 1991). Sehingga diperoleh model BYM berikut :

$$\text{logit}(p_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + u_i + s_i \dots\dots\dots(4)$$

Tahap selanjutnya adalah melakukan estimasi parameter pada ketiga model di atas dengan menggunakan metode HB. Berdasarkan spesifikasi distribusi *prior* dari setiap parameter dalam model dan fungsi *likelihood* dari data amatan akan diperoleh distribusi *posterior* dan distribusi *full conditional* untuk setiap parameter. Kemudian proses estimasi parameter akan dilakukan menggunakan metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) algoritma *Gibbs Sampling* dengan cara membangkitkan sampel dari distribusi *full conditional* setiap parameter sebanyak $h + H$ iterasi, dimana h adalah jumlah iterasi untuk *burnin period* dan H adalah jumlah iterasi yang digunakan untuk analisis terhadap distribusi *posterior*. Sehingga diperoleh estimasi untuk parameter θ adalah rata-rata (*mean*) dari distribusi *posterior*, $\hat{\theta} = E[\theta|y]$, dan varian estimasi parameter θ adalah varian dari distribusi *posterior*, $V(\hat{\theta}) = V[\theta|y]$.

Proses yang perlu dilakukan sebelum mendapatkan hasil estimasi dari distribusi *posterior* adalah memastikan bahwa sampel sebanyak H iterasi yang dibangkitkan sudah konvergen. Terdapat tiga indikator yang digunakan untuk menunjukkan bahwa kondisi konvergensi telah tercapai. Pertama, secara visual dari *trace plot* menunjukkan pola acak dan stasioner pada mean tertentu (Lunn, Jackson, Best, Thomas, & David, 2012) dan plot autokorelasi *cut off* pada lag awal. Kedua, nilai *Monte Carlo* (MC) *error* kurang dari 5 persen dari standar deviasi distribusi *posterior* (Kery, 2010). Ketiga, nilai *factor scale reduction* (Rhat) yang mendekati satu, dengan syarat *Markov chain* yang dibangkitkan lebih dari satu (Gelman & Rubin, 1992).

Spesifikasi HB yang digunakan pada ketiga model adalah sebagai berikut :

- (i). $y_i | p_i \sim \text{Binomial}(n_i, p_i)$
- (ii). $f(\beta_0) \propto 1$ dan $\beta_k \sim N(\mu_{\beta_k}, \tau_{\beta_k}^{-1})$, $k = 1, 2, \dots, p$
- (iii). $u_i \sim N(0, \tau_u^{-1})$
- (iv). $\tau_u \sim \text{Gamma}(a_u, b_u)$, $a_u \geq 0$ dan $b_u > 0$
- (v). $s_i | s_{/i} \sim N \left(\sum_{j \neq i} \frac{w_{ij} s_j}{w_i}, \frac{\tau_s^{-1}}{w_i} \right)$ seperti pada **Persamaan (2)**
- (vi). $\tau_s \sim \text{Gamma}(a_s, b_s)$, $a_s \geq 0$ dan $b_s > 0$

dengan nilai $\mu_{\beta_k} = 0$ dan $\tau_{\beta_k} = 0,0001$ (Ntzoufras, 2009) serta $a_u = a_s = 0,5$ dan $b_u = b_s = 0,0005$ (Law, 2016; Liu & Zhu, 2017; Moura & Migon, 2002). Pemilihan model terbaik menggunakan kriteria kebaikan model *Deviance Information Criterion* (DIC) (Spiegelhalter, Best, & Carlin, 2002), yaitu

$$DIC = \overline{D(\theta)} + p_D \dots\dots\dots(5)$$

dimana

$\overline{D(\theta)}$: rata-rata *posterior* dari *deviance* model yang menunjukkan ukuran kebaikan model

p_D : banyaknya parameter yang efektif yang menunjukkan ukuran kompleksitas model

dimana model terbaik adalah model dengan nilai DIC paling kecil. *Software* yang digunakan untuk proses estimasi adalah WinBUGS versi 14 dan R versi 3.6.1 dengan *package* R2WinBUGS. Sedangkan untuk memetakan hasil estimasi digunakan *software* ArcGIS versi 10.2.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada proses estimasi dengan HB, jumlah *chain* yang digunakan adalah sebanyak 2 *chain* dengan iterasi 64.000, *burn period* 4.000 dan *thin* 40 untuk setiap *chain*. Sehingga diperoleh 3.000 iterasi yang digunakan untuk analisis distribusi *posterior*. Dengan spesifikasi tersebut kondisi konvergensi sudah tercapai berdasarkan ketiga indikator yang digunakan. **Tabel 3** menunjukkan bahwa hanya satu variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon, yaitu proporsi keluarga pertanian, pada model dengan *random effect* independen dan BYM. Sedangkan pada model iCAR tidak ada satu pun variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.

Tabel 3. Hasil Estimasi Parameter pada Model dengan *Random Effect* Independen, iCAR dan BYM.

Parameter	Independen			iCAR			BYM		
	2,5%	Mean	97,5%	2,5%	Mean	97,5%	2,5%	Mean	97,5%
β_0	-3,3190	-3,0940*	-2,8760	-3,2170	-3,1150*	-3,0220	-3,3230	-3,0970*	-2,8730
β_1	-0,6621	-0,3662*	-0,0730	-0,4880	-0,2085	0,0745	-0,6554	-0,3695*	-0,0899
β_2	-0,3483	-0,0728	0,1919	-0,1328	0,1213	0,3750	-0,3113	-0,0504	0,2410
β_3	-0,1226	0,1480	0,4123	-0,1882	0,0868	0,3626	-0,1295	0,1494	0,4267
β_4	-0,1399	0,0742	0,3040	-0,2749	-0,0087	0,2665	-0,1600	0,0690	0,2967
$D(\theta)$		311,5550			313,2490			311,2790	
p_D		49,0480			50,2020			49,0470	
DIC		360,6030			363,4510			360,3260**	

Keterangan : *) signifikan, **) model terbaik

Gambar 4. Hasil Estimasi Model dengan *Random Effect* Independen, iCAR dan BYM.

Hasil estimasi parameter yang relatif tidak jauh berbeda pada ketiga model SAE mengakibatkan hasil estimasi proporsi penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari pada level kecamatan yang dihasilkan oleh ketiga model juga relatif tidak jauh berbeda (**Gambar 4**). Selain itu, terlihat bahwa penerapan SAE mampu menghasilkan estimasi untuk kecamatan-kecamatan yang memiliki hasil estimasi langsung bernilai 0 dimana dari sampel Susenas di kecamatan tersebut tidak ditemukan penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari.

Gambar 5. Boxplot Varian *Posterior* (MSE) dari Model dengan *Random Effect* Independen, iCAR dan BYM.

Gambar 5 menunjukkan efisiensi hasil estimasi (MSE) yang dihasilkan dari proses estimasi langsung serta dari ketiga model SAE. Secara sekilas, penggunaan SAE dapat meningkatkan efisiensi hasil estimasi dibandingkan penggunaan estimasi langsung, terlihat dari *range* kuartil pertama dan ketiga (*interquartile Range*) yang lebih pendek serta jumlah *outlier* yang lebih sedikit pada ketiga model SAE. Nilai MSE dari ketiga model SAE yang ditunjukkan oleh nilai varian *posterior* relatif tidak jauh berbeda terutama untuk MSE dari model dengan *random effect* independen dan model BYM (**Gambar 6.b**). Artinya, penambahan *spatial random effect* (s_i) bersamaan dengan *random effect* independen (u_i) tidak secara signifikan dapat meningkatkan efisiensi hasil estimasi karena proporsi keragaman yang dihasilkan *spatial random effect* pada model BYM hanya sebesar 8,63 persen dari total keragaman *random effect*. Kecilnya proporsi keragaman tersebut diakibatkan karena dependensi spasial (Moran's I) yang sangat kecil dari *random effect* independen u_i , yaitu hanya sebesar 0,0356 (**Gambar 7**).

Gambar 6. Varian *Posterior* (MSE) dari Model dengan *Random Effect* Independen vs. iCAR vs. BYM.

Berdasarkan pada nilai DIC pada **Tabel 3**, maka model terbaik adalah model BYM karena memiliki nilai DIC paling kecil, yaitu 360,3260. Hasil tersebut sama dengan hasil pada penelitian sebelumnya (Alam et al., 2019) dimana model dengan unsur *random effect* independen dan spasial sekaligus memiliki performa terbaik. Nilai tersebut tidak jauh berbeda dengan DIC dari model iCAR, yaitu 360,6030. Sedangkan nilai DIC model SAE dengan *random effect* independen adalah yang paling besar, yaitu 363,4510.

Gambar 7. Plot Moran's I dari *Random Effect Independen*

Terakhir adalah proses pemetaan hasil estimasi proporsi penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari pada level kecamatan di Provinsi Bali Tahun 2014 dengan model terbaik (**Gambar 8**). Hasilnya, kecamatan yang termasuk dalam kelompok proporsi tertinggi, yaitu 9-13 persen, tersebar di beberapa kabupaten/kota, yaitu Kecamatan Melaya (1), Kabupaten Jembrana; Kecamatan Kediri (11) dan Baturiti (13), Kabupaten Tabanan; Kecamatan Kuta Selatan (16), Kabupaten Badung; Kecamatan Tampaksiring (25), Ubud (26) dan Tegallalang (27), Kabupaten Gianyar; Kecamatan Abang (41) dan Bebandem (42), Kabupaten Karangasem; Kecamatan Denpasar Selatan (54) dan Denpasar Barat (56), Kota Denpasar. Begitu pula dengan kecamatan yang termasuk dalam kelompok lainnya juga tersebar di beberapa kabupaten/kota. Dengan kata lain, dari peta hasil estimasi tidak menunjukkan adanya pola persebaran atau pengelompokan tertentu pada level kecamatan.

Gambar 8. Peta Hasil Estimasi SAE dengan Model Terbaik (BYM)

KESIMPULAN

Estimasi parameter pada ketiga model SAE menunjukkan hasil yang relatif tidak jauh berbeda. Hanya satu variabel prediktor saja yang memiliki pengaruh signifikan, yaitu proporsi keluarga pertanian pada model dengan *random effect* independen dan BYM. Kondisi ini mengakibatkan estimasi terhadap proporsi penduduk dengan asupan kalori minimum di bawah 1.400 kkal/kapita/hari pada level kecamatan beserta MSE yang dihasilkan dari ketiga model juga tidak jauh berbeda, terutama pada model dengan *random effect* independen dan model BYM. Sehingga DIC dari kedua model ini pun memiliki nilai yang hampir sama dimana nilai terkecil (model terbaik) dimiliki oleh model BYM. Artinya, penambahan unsur *spatial random effect* pada penelitian ini tidak dapat secara signifikan meningkatkan efisiensi hasil estimasi akibat dari minimnya nilai dependensi spasial Moran's I dari *random effect* independen. Perlu adanya uji dependensi spasial terlebih dahulu sebelum menambahkan unsur *spatial random effect* pada model. Pada penelitian selanjutnya, penggunaan variabel prediktor lain dan adanya proses *feature selection* dirasa perlu untuk meningkatkan performa model SAE. Selain itu perlu juga digunakan model yang dapat mengakomodasi nilai dependensi spasial tertentu (Stern & Cressie, 1999) atau penggunaan Local CAR prior (Lee & Mitchell, 2012).

DAFTAR PUSTAKA

- Alam, M. S., Hossain, S. S., & Sheela, F. F. (2019). Spatial smoothing of low birth weight rate in Bangladesh using Bayesian hierarchical model. *Journal of Applied Statistics*, 0(0), 1–16. <https://doi.org/10.1080/02664763.2019.1572722>
- Besag, J., York, J., & Mollié, A. (1991). A Bayesian image restoration with two applications in spatial statistics Ann Inst Statist Math 43: 1–59. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 43(1), 1–20.
- BPS. (2018). *Indikator Tujuan Pembangunan Berkelanjutan (TPB) Indonesia 2018*. Retrieved from <https://www.bps.go.id/publication/2018/12/27/1c22d0b657ef7bb5b34d1b8e/indikator-tujuan-pembangunan-berkelanjutan--tpb--indonesia-2018.html>
- Gelman, A., & Rubin, D. B. (1992). Inference from Iterative Simulation Using Multiple Sequences. *Statistical Science*, 7(4), 457–472. <https://doi.org/10.1214/ss/1177011136>
- Kery, M. (2010). *Introduction to WinBUGS for Ecologists: Bayesian approach to regression, ANOVA, mixed models and related analyses* (1st editio). Retrieved from <http://www.biometrika.tomsk.ru/lib/kery.pdf>
- Law, J. (2016). Exploring the Specifications of Spatial Adjacencies and Weights in Bayesian Spatial Modeling with Intrinsic Conditional Autoregressive Priors in a Small-area Study of Fall Injuries. *AIMS Public Health*, 3(1), 65–82. <https://doi.org/10.3934/publichealth.2016.1.65>
- Lee, D., & Mitchell, R. (2012). Boundary detection in disease mapping studies. *Biostatistics*, 13(3), 415–426. <https://doi.org/10.1093/biostatistics/kxr036>
- Lesage, J. P. (1999). *The Theory and Practice of Spatial Econometrics*.
- Liu, H., & Zhu, X. (2017). Joint Modeling of Multiple Crimes: A Bayesian Spatial Approach. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 6(1), 16. <https://doi.org/10.3390/ijgi6010016>
- Lunn, D., Jackson, C., Best, N., Thomas, A., & David, S. (2012). *The BUGS Book Bayesian Analysis*. Boca Raton: Taylor & Francis Group.
- Moura, F. A. S., & Migon, H. S. (2002). Bayesian spatial models for small area estimation of proportions. *Statistical Modeling*, 2(3), 183–201. <https://doi.org/10.1191/1471082x02st032oa>
- Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian Modeling Using WinBUGS*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Rao, J.N.K & Molina, I. (2015). *Small area estimation* (Second Edi). Hoboken, New Jersey.
- Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., & Carlin, B. P. (2002). Bayesian measures of model complexity and

fit. *J. R. Statist. Soc. B*, 64(4), 583–639. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/1467-9868.00353>

Stern, H., & Cressie, N. A. (1999). Inference for extremes in disease mapping. In R. Lawson, Andre; Biggeri, Annibale; Bohning, Dankmar; Lesaffre, Emmanuel; Viel, Jean-Francois; Bertollini (Ed.), *Disease Mapping and Risk Assessment for Public Health*. West Sussex, England.